Лабораторна робота № 7  
з дисципліни «Методи оптимізації та дослідження операцій»  
студента групи ПК-14-2  
Андріяша Павла  
Варіант 1

**Умова**Розв’язати задачу комівояжера

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | M | 1 | 3 | 2 |
| 2 | 2 | M | 5 | 3 |
| 3 | 5 | 4 | M | 6 |
| 4 | 8 | 7 | 4 | M |

**Розв’язок**

В якості початкового випадкового маршруту візьмемо маршрут:   
Тепер треба обчислити нижню межу множини. Для цього використаємо редукцію по рядкам. Обчислюємо мінімальний елемент у кожному рядку: ,  
після чого віднімаємо із елементів розглядаємого рядка ці мінімуми.   
Таким чином в новій матриці в кожному рядку буде, як мінімум, один нуль.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | M | 0 | 2 | 1 |
| 2 | 0 | M | 3 | 1 |
| 3 | 1 | 0 | M | 2 |
| 4 | 4 | 3 | 0 | M |

Таку ж операцію редукцію проводимо і по стовпцям:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | M | 0 | 2 | 0 |
| 2 | 0 | M | 3 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | M | 1 |
| 4 | 4 | 3 | 0 | M |

Величини називаються константами приведення.  
Тепер обчислюємо нижню межу Н:   
Елементи матриці відповідають відстані від пункту i до пункту j.  
Так як в матриці n міст, то D є матрицею nxn з невід’ємними елементами .  
Кожен з допустимих маршрутів представляє собою цикл, по якому комівояжер відвідує кожне місто лише один раз і повертається в початкове місто.  
Довжина маршруту обчислюється виразом , причому кожен стовпець і рядок входять в маршрут тільки один раз з елементом .  
Крок 1.  
Визначимо ребро розгалуження і розіб’ємо усю множину маршрутів відносно цього ребра на дві підмножини   
З цією метою для усіх клітинок матриці з нульовими елементами замінюємо по черзі 0 на М (нескінченність) і визначаємо для них суму утворених констант приведення:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 |  |
| 1 | M | 0**(0)** | 2 | 0**(0)** | 0 |
| 2 | 0**(1)** | M | 3 | 0**(0)** | 0 |
| 3 | 1 | 0**(1)** | M | 1 | 1 |
| 4 | 4 | 3 | 0**(5)** | M | 3 |
|  | 1 | 0 | 2 | 0 |  |

d(1,2)=0+0=0; d(1,4)=0+0=0  
d(2,1)=0+1=1; d(2,4)=0+0=0  
d(3,2)=1+0=0;  
d(4,3)=3+2=5;  
  
  
Найбільша сума констант приведення дорівнює 5 для ребра (4,3), тому множина розбивається на дві підмножини (4,3) і (4\*, 3\*).  
Виключення ребра (4,3) проходить шляхом заміни елемента , після чого виконується чергове приведення матриці відстаней для утвореної підмножини (4\*, 3\*), в результаті чого отримаємо редукційовану матрицю.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 3 | 4 |  |
| 1 | M | 0 | 2 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | M | 3 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | M | 1 | 0 |
| 4 | 4 | 3 | М | M | 3 |
|  | 0 | 0 | 2 | 0 |  |

Включення ребра (4,3) проходить шляхом виключення всіх елементів 4-го рядка і 3-го стовпця, в котрих елемент замінюється на М для виключення формування негамільтового циклу.  
В результаті отримаємо другу скорочену матрицю 3х3, над якою треба провести операцію приведення:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 4 |  |
| 1 | M | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | M | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | М | 0 |
|  | 0 | 0 | 0 |  |

Сума констант приведення скороченої матриці . Нижня межа підмножини (4,3) дорівнює . Оскільки нижня межа цієї підмножини (4,3) менше, ніж підмножини (4\*,3\*), то ребро (4,3) включаємо в маршрут з новою межею Н=12.

Крок 2.  
Визначимо ребро розгалуження і розіб’ємо усю множину маршрутів відносно цього ребра на дві підмножини   
З цією метою для усіх клітинок матриці з нульовими елементами замінюємо по черзі 0 на М (нескінченність) і визначаємо для них суму утворених констант приведення:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 4 |  |
| 1 | M | 0(**0)** | 0**(0)** | 0 |
| 2 | 0**(1)** | M | 0**(0)** | 0 |
| 3 | 1 | 0**(1)** | М | 1 |
|  | 1 | 0 | 0 |  |

d(1,2)=0+0=0; d(1,4)=0+0=0

d(2,1)=0+1=1; d(2,4)=0+0=0

d(3,2)=1+0=1

Найбільша сума констант приведення дорівнює 1 для ребра (2,1), тому множина розбивається на дві підмножини (2,1) і (2\*, 1\*).  
Виключення ребра (2,1) проходить шляхом заміни елемента , після чого виконується чергове приведення матриці відстаней для утвореної підмножини (2\*, 1\*), в результаті чого отримаємо редукційовану матрицю.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| i j | 1 | 2 | 4 |  |
| 1 | M | 0 | 0 | 0 |
| 2 | M | M | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0 | М | 1 |
|  | 1 | 0 | 0 |  |

Включення ребра (2,1) проходить шляхом виключення всіх елементів 2-го рядка і 1-го стовпця, в котрих елемент замінюється на М для виключення формування негамільтового циклу.  
В результаті отримаємо другу скорочену матрицю 2х2, над якою треба провести операцію приведення:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| i j | 2 | 4 |  |
| 1 | М | 0 | 0 |
| 3 | 0 | М | 0 |
|  | 0 | 0 |  |

Сума констант приведення скороченої матриці . Нижня межа підмножини (2,1) дорівнює . Оскільки нижня межа цієї підмножини (2,1) менше, ніж підмножини (2\*,1\*), то ребро (2,1) включаємо в маршрут з новою межею Н=12.

У відповідності із цією матрицею включаємо в гамільтонів маршрут ребра (1,4) і (3,2).  
У результаті по дереву розгалужень гамільтонів цикл утворюють ребра: (4,3), (3,2), (2,1), (1,4).  
Довжина маршруту дорівнює